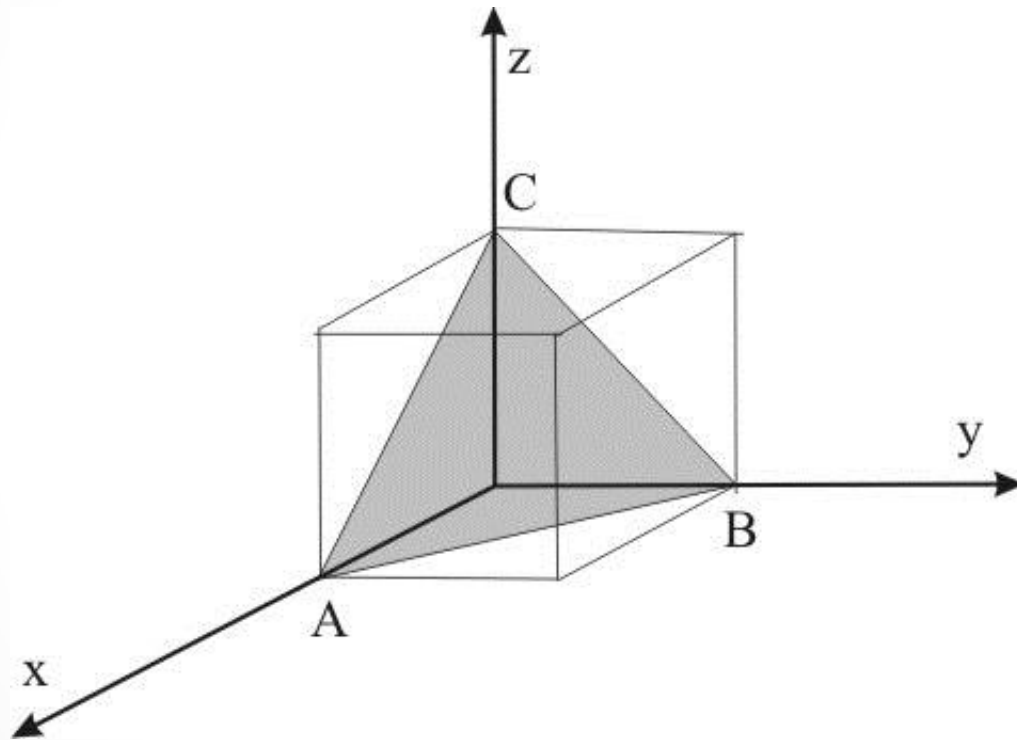


MILEROVI INDEKSI

MILEROVI INDEKSI (h k l)

- Mnoge osobine kristala kao što su modul elastičnosti, električna provodnost ili magnetna susceptibilnost zavise od ravni koje su prisutne u kristalu i njihovih pravaca.
- U kristalnoj rešetki moguće je identifikovati ravni koje su međusobom paralelne i na istom međusobnom rastojanju.
- Ravni u kojima se nalaze izgrađivači su od posebnog značaja jer se radi o ravnima na kojima dolazi do difrakcije talasa.
- Za označavanje datih ravni i pravaca u kristalu koriste se Milerovi indeksi (hkl).

MILEROVI INDEKSI (h k l)



Ravan ABC u koordinatnom sistemu x,y,z.

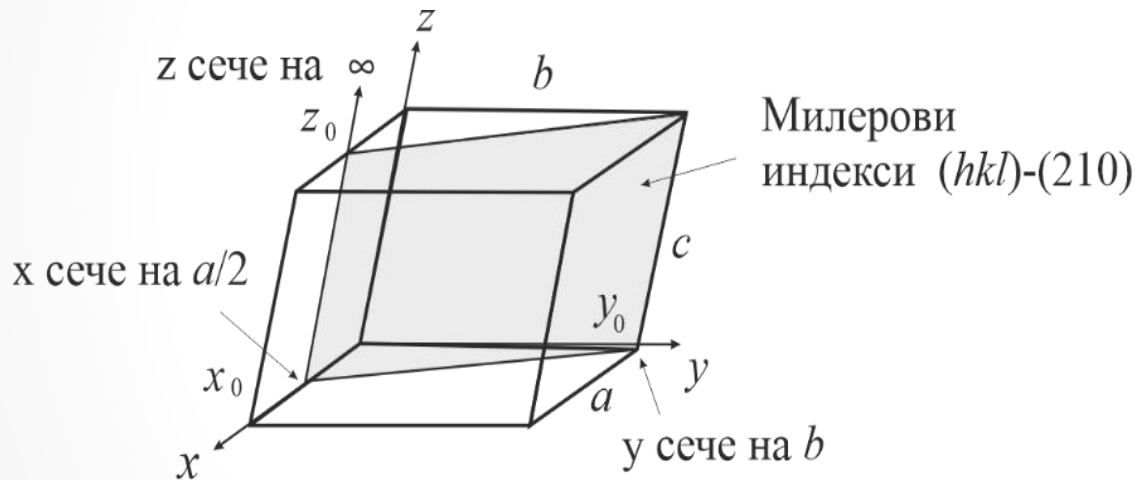
Određivanje Milerovih indeksa

- Odsecci se izraze preko ivica elementarne ćelije $\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c}$
- Nađu se recipročne vrednosti ovih izraza $\frac{a}{x}, \frac{b}{y}, \frac{c}{z}$
- Nađe se zajednički sadržajac $n = NZS\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c}\right)$
- Milerovi indeksi se odrede kao celi brojevi pri čemu se zadržava proporcija odsečaka

$$h = n \cdot \frac{a}{x}, k = n \cdot \frac{b}{y}, l = n \cdot \frac{c}{z}$$

• Određivanje Millerovih indeksa

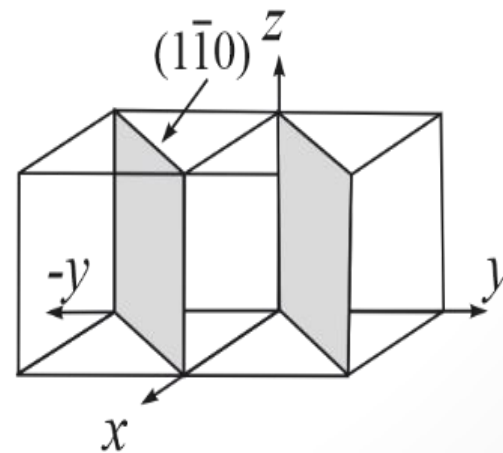
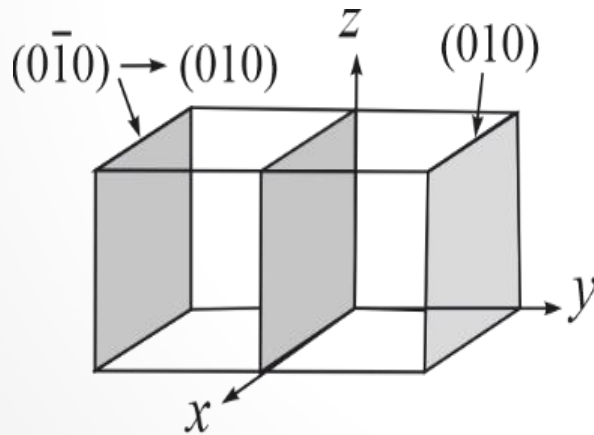
- Neka data ravan odseca na x , y i z -osi odsečke x_0 , y_0 i z_0 .
- Odsečki x_0 , y_0 i z_0 su $1/2a$, $1b$ i ∞c respektivno.
- Ukoliko odsečke x_0 , y_0 i z_0 izrazimo preko parametara rešetke a , b i c dobićemo vrednosti x_1 , y_1 i z_1 a njihove recipročne vrednosti su $1/x_1$, $1/y_1$ i $1/z_1$.



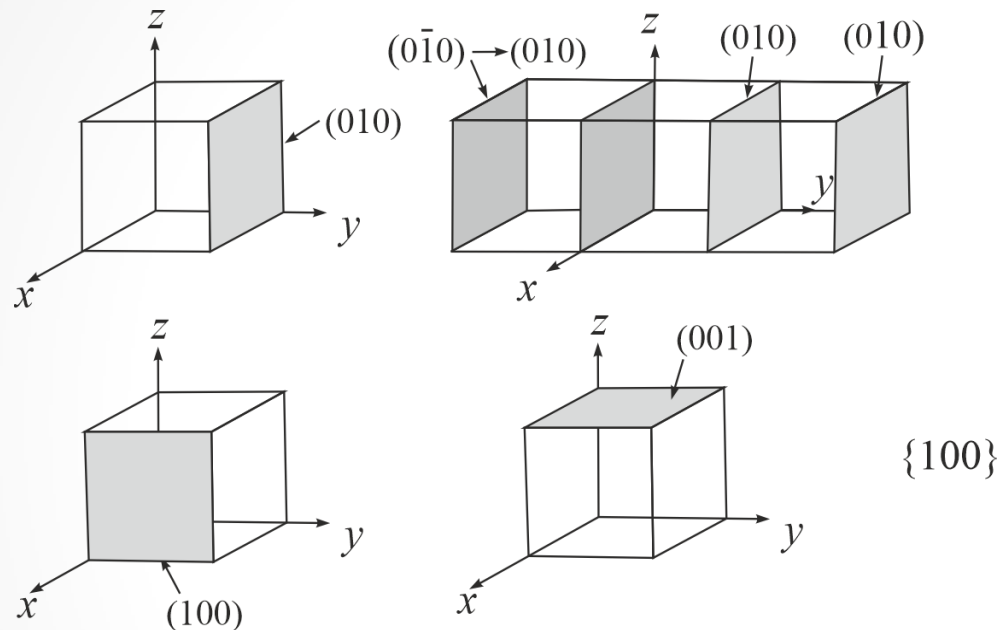
Za datu ravan:

- Odsečki x_0 , y_0 i z_0 su: $1/2a$, $1b$ i ∞c .
- odsečki x_1 , y_1 i z_1 izraženi preko a , b i c su $1/2$, 1 i ∞c .
- Recipročne vrednosti $1/x_1$, $1/y_1$ i $1/z_1$ su $1/1/2$, $1/1$ i $1/\infty$ odnosno, 2 , 1 i 0 i predstavljaju Millerove indekse (hkl) , odnosno (210) , za zadatu ravan.

- Ravan koja ne seče neku od koordinatnih osa ima odgovarajući indeks 0.
- Ukoliko zadata ravan odseca neku od kristalografskih osa u njenom negativnom delu, odgovarajući indeks je negativan i to se označava stavljanjem znaka minus iznad odgovarajućeg indeksa. $(h \bar{k} l)$
- Na primer, ravan $(0 \bar{1} 0)$ je xz-ravan koja seče y osu na vrednosti -b. Za jediničnu ćeliju ravan $(0 \bar{1} 0)$ je ista kao i ravan (010) .



Sve ravni koje su paralelne i fizički ekvivalentne datoj ravni imaju iste Milerove indekse i takva **familija ravni** se označava sa $\{h k l\}$



U kubnom kristalnom sistemu familiju $\{100\}$ čine ravni (100) , (010) i (001) i njima paralelne ravni $(\bar{1}00)$, $(0\bar{1}0)$ i $(00\bar{1})$.

Ako su poznati Milerovi indeksi određuju se odsecci na koordinatnim osama za ravan koja je najbliža koordinatnom početku ($n=1$) :

$$h = \frac{a}{x} \Rightarrow x = \frac{a}{h}$$

$$k = \frac{b}{y} \Rightarrow y = \frac{b}{k}$$

$$l = \frac{c}{z} \Rightarrow z = \frac{c}{l}$$

Presek dve kristalografske ravni

Presek dve kristalografske ravni $(h_1 k_1 l_1)$ i $(h_2 k_2 l_2)$ označava se simbolima pravca preseka ovih ravni $[r s t]$, gde je:

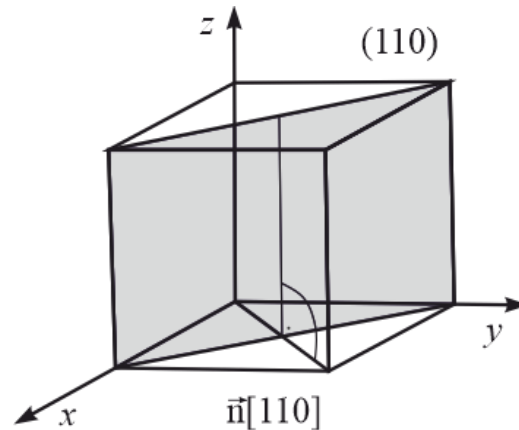
$$r = \begin{vmatrix} k_1 & l_1 \\ k_2 & l_2 \end{vmatrix} \quad s = \begin{vmatrix} l_1 & h_1 \\ l_2 & h_2 \end{vmatrix} \quad t = \begin{vmatrix} h_1 & k_1 \\ h_2 & k_2 \end{vmatrix}$$

Simboli pravca preseka ravni lako se izračunavaju ako se indeksi tih ravni upišu u dve vrste dva puta istim redom, odbace prva i poslednja kolona i izvrši unakrsno množenje:

$$\begin{array}{ccc} h_1 \left| \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \end{array} \right. & \begin{array}{c} l_1 \\ l_2 \end{array} & h_1 \left| \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \end{array} \right. \\ h_2 \left| \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \end{array} \right. & \begin{array}{c} l_1 \\ l_2 \end{array} & h_2 \left| \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \end{array} \right. \end{array} \begin{array}{c} l_1 \\ l_2 \end{array} \begin{array}{c} l_1 \\ l_2 \end{array}$$

$$r = k_1 l_2 - k_2 l_1 \quad s = l_1 h_2 - l_2 h_1 \quad t = h_1 k_2 - h_2 k_1$$

- Pravac dat Milerovim indeksima [h k l] normalan je na ravan sa istim Milerovim indeksima (h k l).



- Rastojanje između paralelnih ravni označenih Milerovim indeksima (h k l) za prostu kubnu rešetku je:

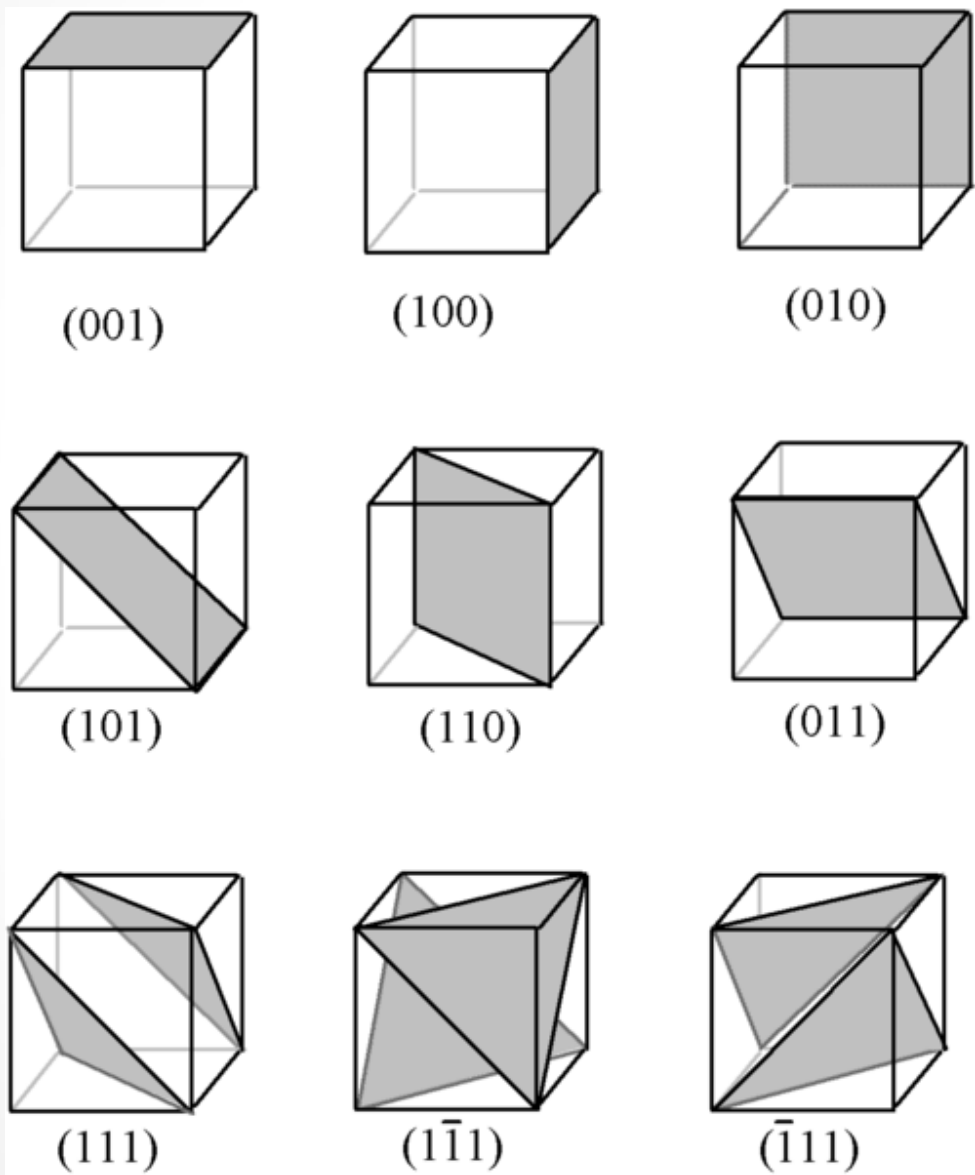
$$d_{(hkl)} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

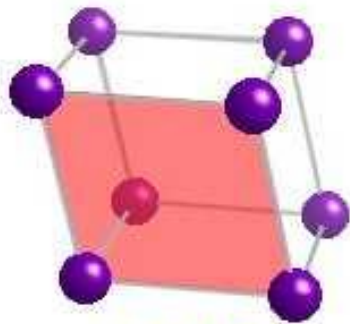
- Površinska koncentracija atoma odnosno gustina atoma po jedinici površine za ravan datu Milerovim indeksima (h k l) je:

$$n_{S(hkl)} = n_v d_{(hkl)}$$

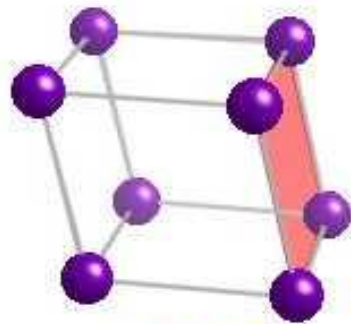
$$n_{S(hkl)} = \frac{n_i}{a^3} \cdot \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} = \frac{n_i}{a^2 \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

Milerovi indeksi ravni kubne elementarne ćelije

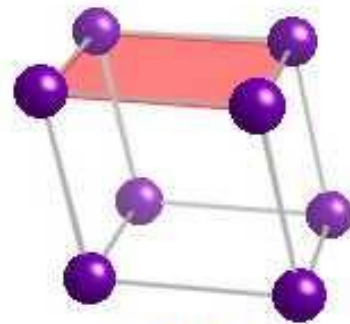




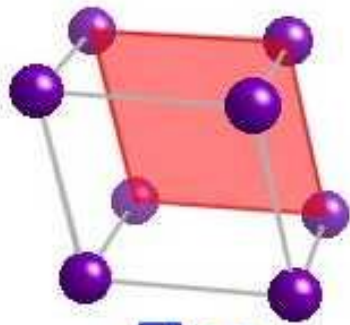
(100)



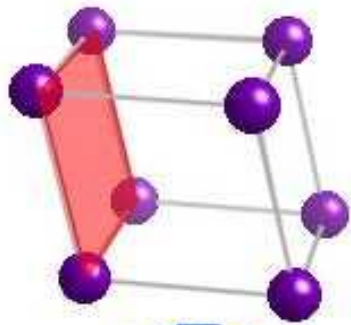
(010)



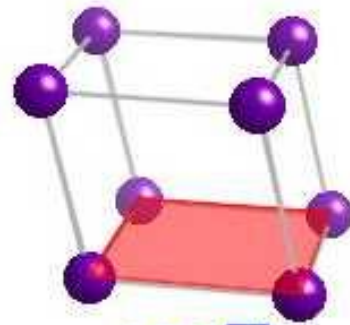
(001)



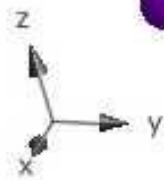
($\bar{1}00$)

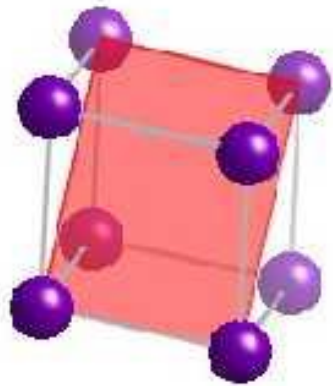


($0\bar{1}0$)

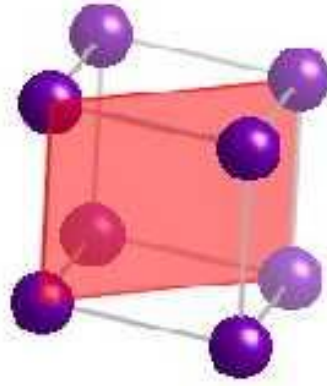


($00\bar{1}$)

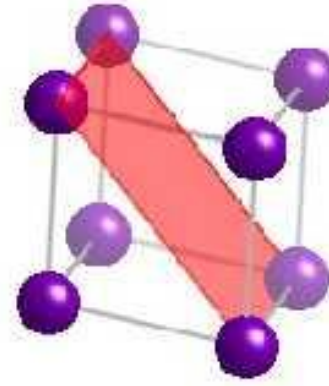




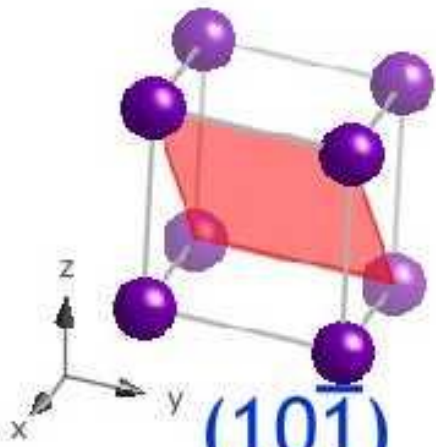
(101)



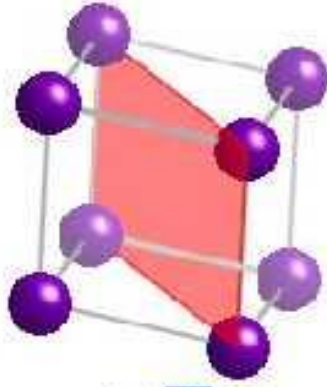
(110)



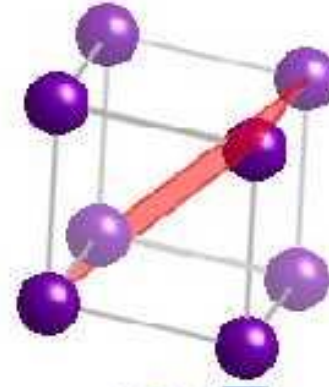
(011)



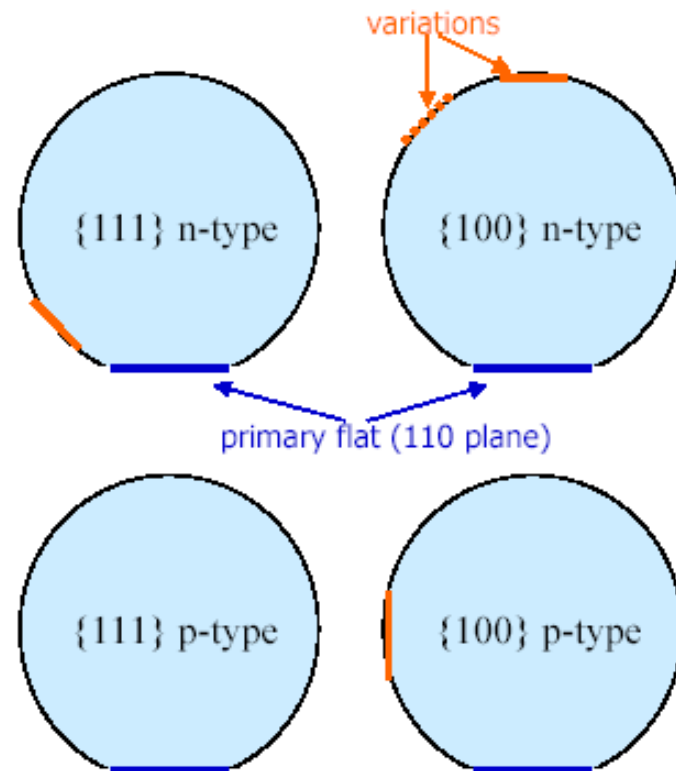
$(10\bar{1})$



$(1\bar{1}0)$



$(01\bar{1})$



Note primary and secondary flats.